

Title	強磁場におけるSi-MOS反転層のWigner格子(「表面電子系の理論」報告,基研短期研究会)
Author(s)	塚田, 捷
Citation	物性研究 (1976), 26(3): C49-C53
Issue Date	1976-06-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/89190
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

強磁場における Si-MOS 反転層の Wigner 格子

東大・理 塚 田 捷

1. 表面に垂直な強磁場を加えた Si-MOS 反転層において、 σ_{xx} がキャリア濃度の関数として特徴的な振動を示す事は良く知られている。川路・若林による実験¹⁾では低温 ($\lesssim 4\text{K}$)、強磁場 ($\gtrsim 80\text{KG}$) の条件下で、 σ_{xx} 対ゲート電圧の曲線に $\sigma_{xx} \sim 0$ のギャップ領域が出現する事がみいだされた。これは各ランダウサブバンドの裾ではキャリアが無限少の直流電場にレスポンスしない事を意味している。動かないキャリアの濃度 N_{immobile} は N 番目のサブバンドに対して、 $N_{\text{immobile}} \sim eH/c\hbar(N+1)$ で与えられる事、ソース・ドレイン電圧を増すと小さい臨界電圧 ($\lesssim 10\text{V/cm}$) でギャップが消失する事はこの現象の重要な特徴である。この事実を二次元電子系の Wigner 格子によって説明する事はできないであろうか？

2. サブバンドの間隔 $\hbar \omega_c$ が電子間相互作用や不純物ポテンシャルに比して大きいならば、サブバンド間の相互作用を無視してサイクロトロン運動の中心座標の力学に注目する強磁場近似がほぼ良いであろう。二次元電子系のハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \sum \frac{1}{2m} \left(\mathbf{P}_i - \frac{e}{c} \mathbf{A}_i \right)^2 + \sum_{i < j} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \sum_i \mathcal{U}(\mathbf{r}_i) \quad (1)$$

はこの近似で、

$$\tilde{\mathcal{H}}_N = n \hbar \omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) + \sum_{i < j} \tilde{V}_N(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \sum_i \tilde{W}_N(\mathbf{x}_i) \quad (2)$$

$$[X_i, Y_j] = i \ell^2 \delta_{ij} \dots\dots (3) \quad \ell^2 = c\hbar/eH$$

と等価である事が証明できる。但し、 n はサブバンド N の電子数であり、

$$\tilde{V}_N(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = \left(\frac{i^N}{\sqrt{2\pi} \ell} \right)^2 \int d\xi d\eta \int d\xi' d\eta' \exp \left\{ -\frac{i}{\ell^2} (\xi\eta + \xi'\eta') \right\}$$

$$\times \chi_N^*(\xi) \chi_N^*(\xi') \mathcal{V}(X_i - X_j + \xi - \xi', Y_i - Y_j + \eta - \eta') \chi_N(\eta) \chi_N(\eta') \quad (4)$$

$$\tilde{W}_N(\mathbf{x}_i) = \frac{i^N}{\sqrt{2\pi} \ell} \int d\xi d\eta \exp(-i \xi \eta / \ell^2) \chi_N^*(\xi) \mathcal{V}(X_i + \xi, Y_i + \eta) \chi_N(\eta) \quad (5)$$

$$\chi_N(x) \equiv (2^N N! \sqrt{\pi} \ell)^{-1/2} \exp(-x^2 / 2 \ell^2) H_N(x / \ell) \quad (6)$$

である。 \tilde{V}_N, \tilde{W}_N は相対運動について均られた実効的ポテンシャルである。Wigner 格子におけるフォノンの分散を調べるために、 i 番目の電子の中心座標を格子点 R_i とそれからの変位 $\delta \mathbf{x}_i$ に分解して $\mathbf{x}_i = R_i + \delta \mathbf{x}_i$ とおく。(2) 式は

$$\tilde{\mathcal{V}}_N \sim \frac{1}{2} \sum_{i,j} \delta \mathbf{x}_i \bar{K}_{ij}^N \delta \mathbf{x}_j + \sum_i \frac{\sigma}{2} \delta \mathbf{x}_i^2 + \text{const} \quad (7)$$

と展開できる。但し dynamical matrix \bar{K}_{ij}^N は自己無撞着調和近似²⁾で決めるものとし、不純物による random ポテンシャルは、

$$\sum_i \tilde{W}_N(\mathbf{x}_i) \sim \sum_i \frac{\sigma_i}{2} \delta \mathbf{x}_i^2 \sim \sum_i \frac{\sigma}{2} \delta \mathbf{x}_i^2 \quad (8)$$

の様に近似した。上で変位についての一次の項を無視したのはかなり粗い扱いであるが、Wigner 格子が電場によって安定位置からずらされる時の静止マサツ力を定性的に議論するには、それ程悪くないと思われる。

フォノンのソフト化による Wigner 格子の融解を調べよう。フォノン分散の角度依存性を平均する近似を用い、交換関係 $[\delta X_i, \delta Y_j] = i \ell^2 \delta_{ij}$ に注意するとフォノンのエネルギー $E(k)$ を与える次の関係式が得られる。

$$E(k) = \ell^2 \sqrt{(\sigma + K_t^N(k))(\sigma + K_l^N(k))} \quad (9)$$

$$K_{t/l}^N(k) = -\frac{e^2}{2\kappa} \sum_{R \neq 0} \frac{1}{R^3} \{ \Phi_1(R^2/8L^2)(1 - J_0(kR)) \pm \Phi_2(R^2/8L^2) \times J_2(kR) \} \quad (10)$$

$$L^2 = (2N+1) \ell^2 + (\ell^4/2n) \sum_{\mathbf{k}} \frac{(1-J_0(kR))(2\sigma+K_t^N+K_l^N)}{E(\mathbf{k})} \coth \beta E(\mathbf{k}) \quad (11)$$

$$\Phi_2(z) \equiv \int_0^\infty x^2 \exp(-x^2/8z) J_0(x) dx \quad (12)$$

但し電子間相互作用を $\nu(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = e^2/\tilde{\kappa} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ の形にとる。ここで $\tilde{\kappa}$ は他のサブバンドの分極効果も含めた界面での実効的誘電率である。数値計算を簡単にするために (10) 式を k が小さい時の関係；

$$K_t^N \sim m \nu^2 k^2, \quad K_l^N \sim 2\pi n e^2 k/\tilde{\kappa}$$

でおきかえれば，(9～11) 式は横波の音速 ν を決める方程式になる。不純物ポテンシャルのある場合と無い場合の音速の温度依存性の代表例を図 1 に示す。

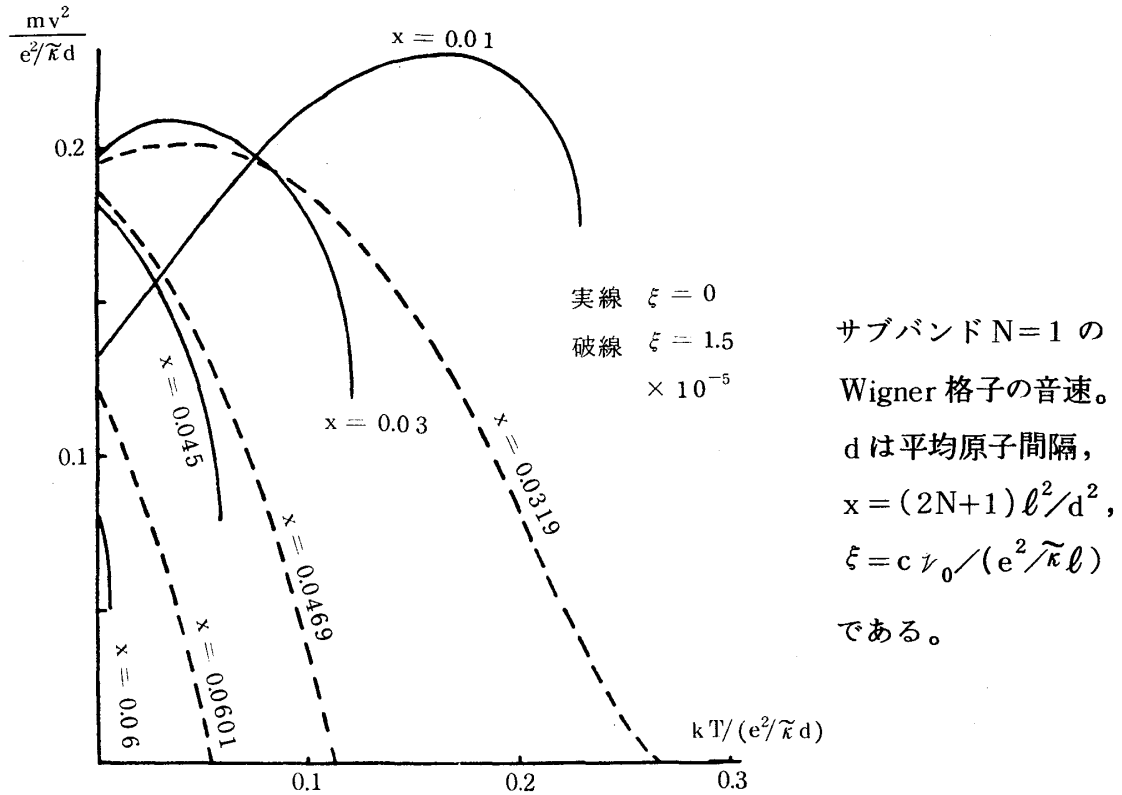


図 1

音速 ν の実数解が存在しなくなる温度が格子の融解温度に対応するが、これを濃度に対してプロットすると図 2 の様になる。不純物の効果によって融解曲線が高密度、高温側にずれる事が注目される。実験の傾向は適当な濃度及び強さの不純物ポテンシャルの存在を仮定すると説明できる。

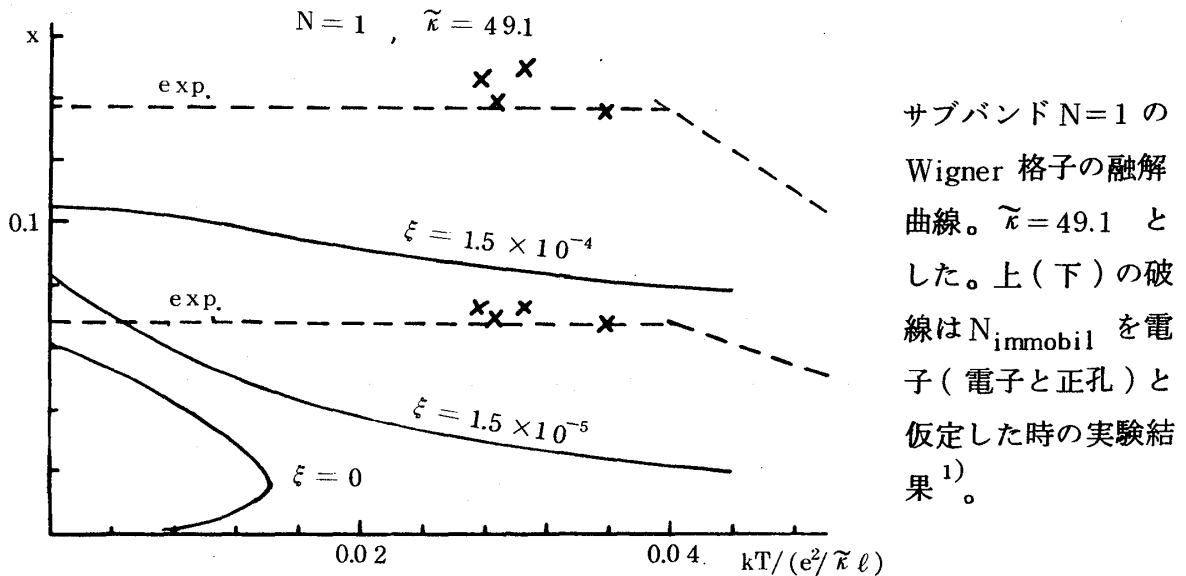


図 2

3. 最後に有限なソース・ドレイン電場の効果を考えてみよう。 cn 個 ($c \ll 1$) の電子は深さ ν_0 の捕獲中心の付近にあり、残りは殆んど不純物ポテンシャルを感じない場所にいると仮定する。この時 (8) 式の σ_i は $\sigma_0 (>0)$ か零の値をそれぞれ確率 c 又は $1-c$ でとる。従って $\sigma \sim c \sigma_0$ とおく事にする。詳細は略すが、絶対零度での σ_0 は F を電場の強さとして、

$$\sigma_0 \sim 2\nu_0 / \{ \ell^2 + (eFR/\sigma_0)^2 \} \quad (13)$$

によって決定される。ここに R は電場の enhancement 因子で、マードリングポテンシャルの格子点における曲率を W として、

$$R = (1 + W/\sigma) / (1 + W/\sigma_0) \quad (14)$$

と表わせる。(13) 式からわかる様に電場 F の増加につれ捕獲中心の複原力 σ_0 は減少し、 $F > F_c \equiv \epsilon_0/e\ell R$ では電子は捕獲中心から解放される。即ち静止マサツ力は Wigner 格子を平衡位置に持ちこたえる事ができなくなって、Wigner 格子の全体としての並進運動が起る。Wigner 格子のバネの力、 W が σ_0 に比して大きければ $R \sim 1/C \gg 1$ であって、 F_c は孤立不純物中心のイオン電場 ($\sim \epsilon_0/e\ell$) よりはるかに小さい。実際 $\epsilon_0 \sim 1 \text{ meV}$, $C \sim 10^{-2}$, $H \sim 100 \text{ kG}$ とすれば、 $F_c \sim 12.3 \text{ V/cm}$ である。この値は $\sigma_{xx} = 0$ の領域が消失するソース・ドレイン電圧の実験値と同程度である。

参 考 文 献

- 1) S. Kawaji and J. Wakabayashi, Proc. of Intern. Conf. on Electronic Properties of Quasi-Two-Dim. Systems (Surface Sci.) 及び本研究会報告
- 2) P. M. Platzman and H. Fukuyama, Phys. Rev. **B10** (1974) 3150.

2 次元電子系の集団励起とヴィグナー結晶

東北大・理 福 山 秀 敏

1. 最近の界面系での実験の進歩により、研究室でウィグナー結晶を観測する事を現実的な可能性として議論出来るようになった。気体と結晶の状態以最も性質が変化するのは集団励起である。この点に着目して集団励起スペクトルを外部磁場をパラメーターとして定め、更に不純物散乱がどのような影響を持つか、即ちピン止め、を微視的に議論した。又、最近の川路・若林両氏の実験¹⁾に刺戟され、磁場によって結晶状態が誘起される条件をリンデマン則を用いて調べ、十分可能性があることを結論した。

2. $H=0$ の場合

- i) 気体：集団励起はプラズマ振動であり、次式で決められる。